**Teória množín** je oblasť [matematiky,](https://pt.wikipedia.org/wiki/Matem%C3%A1tica) ktorá študuje [súbory](https://pt.wikipedia.org/wiki/Conjunto) , ktoré sú zbierkami prvkov. Hoci je možné zostaviť akýkoľvek prvok do množiny, teória množín sa najčastejšie aplikuje na prvky, ktoré sú relevantné pre matematiku. Jazyk teórie množín sa môže použiť v definíciách takmer všetkých matematických prvkov.

Moderné štúdie teórie množín bola iniciovaná [Georg Cantor](https://pt.wikipedia.org/wiki/Georg_Cantor" \o "Georg Cantor) a [Richard Dedekind](https://pt.wikipedia.org/wiki/Richard_Dedekind) v roku 1870. Po objave [paradoxov](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Paradoxos_da_teoria_dos_conjuntos&action=edit&redlink=1) v [naivnej teórii množín](https://pt.wikipedia.org/wiki/Teoria_ing%C3%AAnua_dos_conjuntos) , početné [axióma systémy](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Sistemas_axiom%C3%A1ticos&action=edit&redlink=1)boli navrhnuté na začiatku dvadsiateho storočia, z ktorých [axiómy premennej-Fraenkel](https://pt.wikipedia.org/wiki/Axiomas_de_Zermelo-Fraenkel) , s [axiómom voľby](https://pt.wikipedia.org/wiki/Axioma_da_escolha" \o "Axióm voľby) , sú najlepšie známe.

Koncepty spoločnej teórie sú integrované do všetkých matematických učebných osnov v [Spojených štátoch](https://pt.wikipedia.org/wiki/Estados_Unidos) . Základné fakty o sad a asociačných sád sú často učil na základnej škole, spolu s [Venn diagramy](https://pt.wikipedia.org/wiki/Diagrama_de_Venn" \o "Venn Diagram) , [diagramy Euler](https://pt.wikipedia.org/wiki/Diagrama_de_Euler) a základných operácií, ako je zjednotenie a nastavené križovatky. Koncepty mierne pokročilejšie, ako [mohutnosť](https://pt.wikipedia.org/wiki/Cardinalidade) sú štandardnou súčasťou učebných osnov vysokoškolské matematiky.

Sada teórie sa bežne používa ako prekurzor systém matematiky, a to najmä vo forme teórie množín z premennej-Fraenkel s axiómu výberu. Okrem svojej základnej úlohy je teória súborov aj samotnou oblasťou matematiky s aktívnou výskumnou komunitou. Súčasný výskum v teórii množín obsahujú rôznorodú zbierku tém, od štruktúry [reálneho čísla](https://pt.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_real) k štúdiu[konzistenciu](https://pt.wikipedia.org/wiki/Consist%C3%AAncia) z [veľkých kardinálov](https://pt.wikipedia.org/wiki/Propriedade_de_grande_cardinal) .

[Logika triedy](https://pt.wikipedia.org/wiki/L%C3%B3gica_de_classes) , ktoré možno považovať za malý zlomok z **teórie množín** historického významu je [isomorphic](https://pt.wikipedia.org/wiki/Isomorfismo" \o "izomorfizmus) k [výrokovej logiky](https://pt.wikipedia.org/wiki/L%C3%B3gica_proposicional) klasické a [Booleovej algebry](https://pt.wikipedia.org/wiki/%C3%81lgebra_booleana" \o "Booleovská algebra) , a ako taký, viet teórie majú analógy v ďalších dvoch.

História

Matematické témy sa zvyčajne vyskytujú a vyvíjajú prostredníctvom interakcií medzi mnohými výskumníkmi. teória množín, však, to bolo založené jediného článku v roku 1874 [Georg Cantor](https://pt.wikipedia.org/wiki/Georg_Cantor" \o "Georg Cantor) : "Pokiaľ ide o charakteristickú vlastnosť všetkých reálnych algebraických čísel" [[ 3 ]](https://pt.wikipedia.org/wiki/Teoria_dos_conjuntos#cite_note-cantor1874-3)[[ 4 ]](https://pt.wikipedia.org/wiki/Teoria_dos_conjuntos#cite_note-4)

Od piateho storočia pred naším letopočtom, začínajú s matematickým [gréckeho](https://pt.wikipedia.org/wiki/Matem%C3%A1tica_grega)[Zena Elea](https://pt.wikipedia.org/wiki/Zen%C3%A3o_de_Eleia) na západe a [indických matematikov](https://pt.wikipedia.org/wiki/Matem%C3%A1tica_indiana) na východe, matematici bojoval s pojmom [nekonečna](https://pt.wikipedia.org/wiki/Infinito) . Zvlášť pozoruhodný je dielom [Bernarda Bolzana](https://pt.wikipedia.org/wiki/Bernard_Bolzano)[[ 5 ]](https://pt.wikipedia.org/wiki/Teoria_dos_conjuntos#cite_note-5) v prvej polovici devätnásteho storočia. Moderné chápanie pojmu nekonečna v matematike začala v roku 1867-71, s Cantorově práce na teóriu čísel, v teórii funkcií a trigonometrických radov. [[ 6 ]](https://pt.wikipedia.org/wiki/Teoria_dos_conjuntos#cite_note-6) Stretnutie v roku 1872 medzi Cantor a[Richard Dedekind](https://pt.wikipedia.org/wiki/Richard_Dedekind) ovplyvnil myslenie Singer a kulminoval Cantor 1874 článku.

Cantorova práca pôvodne rozdelila matematikov svojej doby. Zatiaľ čo [Karl Weierstrass](https://pt.wikipedia.org/wiki/Karl_Weierstrass" \o "Karl Weierstrass) a Dedekind podporovali Cantor,[Leopold Kronecker](https://pt.wikipedia.org/wiki/Leopold_Kronecker) , ktorý bol dnes považovaný za jedného zo zakladateľov [matematického konštruktivizmu](https://pt.wikipedia.org/wiki/Construtivismo_(matem%C3%A1tica)) , bol proti.Teória Cantor sady, po tom všetkom, sa stal rozšírené vzhľadom na užitočnosti cantorianos pojmy ako [zodpovedajúce one-to-one](https://pt.wikipedia.org/wiki/Fun%C3%A7%C3%A3o_bijetiva) medzi sériami, doklad, že existuje viac [reálnych čísel](https://pt.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmeros_reais) na celé čísla, a "nekonečno nekonečen" ("Cantorský raj"), ktorý vedie k [spoločnej](https://pt.wikipedia.org/wiki/Conjunto_das_partes) operácii [strán](https://pt.wikipedia.org/wiki/Conjunto_das_partes) .

Ďalší nárast nadšenia v teórii súborov prišiel okolo roku 1900, keď sa zistilo, že teória kantorských súborov vyvolala niekoľko rozporov, nazývaných antinómia alebo [paradoxy](https://pt.wikipedia.org/wiki/Paradoxo) . [Bertrand Russell](https://pt.wikipedia.org/wiki/Bertrand_Russell" \o "Bertrand Russell) a [Ernst Zermelo](https://pt.wikipedia.org/wiki/Ernst_Zermelo" \o "Ernst Zermelo) našiel najjednoduchší a najlepší - známy paradox paradox, teraz volal [Russellov paradox](https://pt.wikipedia.org/wiki/Paradoxo_de_Russell" \o "Russell Paradox) zahŕňajúce "súbor všetkých súborov, ktoré nie sú členmi sami o sebe." To vedie k rozporu, pretože musí byť a nie je členom seba samého. V roku 1899 Cantor spochybnil: "Aké je[kardinálne číslo](https://pt.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_cardinal) súboru všetkých súborov?" a získal súvisiaci paradox.

Sila teórie súborov bola taká, že diskusia o paradoxoch nevedela k opusteniu. Práca Zermelo v roku 1908 a [Abraham Fraenkel](https://pt.wikipedia.org/wiki/Abraham_Fraenkel" \o "Abraham Fraenkel) v roku 1922 vyústili do axiomatickej teórie kánonických súborov [ZFC](https://pt.wikipedia.org/wiki/ZFC) , o ktorej sa hovorí, že je bez paradoxov.Práca [analytikov](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Analistas&action=edit&redlink=1) , ako je [Henri Lebesgue](https://pt.wikipedia.org/wiki/Henri_Lebesgue" \o "Henri Lebesgue) , preukázala veľkú matematickú užitočnosť teórie množín.

Základy 

Teória množín začína základné [binárne vzťahu](https://pt.wikipedia.org/wiki/Rela%C3%A7%C3%A3o_bin%C3%A1ria)  V [matematiky](https://pt.wikipedia.org/wiki/Matem%C3%A1tica) a [logiky](https://pt.wikipedia.org/wiki/L%C3%B3gica) jeden **binárna relácia** alebo **2- [Aria](https://pt.wikipedia.org/wiki/Aridade" \o "ARITECH)** je vzťah medzi dvoma prvkami s radom usporiadaných dvojíc. Binárne vzťahy sú bežné v mnohých oblastiach matematiky, aby definovali pojmy ako príklady: "je viacnásobná" a "väčšia než" aritmetická; "je zhodný" s geometriou; a ďalšie.

Binárny vzťah **r** nad dvoma vesmírom **A** a **B** je:

{\ displaystyle r \ subseteq A \ čas B}

Inými slovami, binárny vzťah je definovaný ako [podmnožina](https://pt.wikipedia.org/wiki/Subconjunto) z [kartézského súčinu](https://pt.wikipedia.org/wiki/Produto_cartesiano" \o "Kartézsky výrobok) súborov **A** a nastavenú **B** . To znamená, že vzťah **R** je množina [usporiadaných párov](https://pt.wikipedia.org/wiki/Par_ordenado) . Podskupina **A x A** môže byť jednoducho nazývaný binárna relácia na **A** .

medzi objektom *je* aj set *A* . Ak je [**členom**](https://pt.wikipedia.org/wiki/Elemento_(matem%C3%A1tica)) (alebo **element** ) z *A* , píšeme *si* ∈*A* . Keďže množiny sú objekty, členský vzťah sa môže vzťahovať aj na súbory.

Binárny odvodený vzťah medzi dvoma súbormi je podmnožinový vzťah, nazývaný tiež " **je obsiahnutý"** . Ak sú všetky prvky množiny *A* sú tiež prvky množiny *B* , potom je [**podmnožina**](https://pt.wikipedia.org/wiki/Subconjunto) z *B* , označené *A* ⊆ *B* . Napríklad {1,2} je podmnožinou {1,2,3}, ale {1,4} nie je podmnožinou {1,2,3}. Z tejto definície je zrejmé, že množina je podmnožinou sama; v prípadoch, kedy je to potrebné vyhnúť sa, definícia [**podskupiny sama**](https://pt.wikipedia.org/wiki/Subconjunto_pr%C3%B3prio) je vylúčená z tejto možnosti.

Rovnako ako [aritmetika](https://pt.wikipedia.org/wiki/Aritm%C3%A9tica) charakterizuje [binárne operácie](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Opera%C3%A7%C3%B5es_bin%C3%A1rias&action=edit&redlink=1) nad [číslami](https://pt.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero) , teória množín charakterizuje binárne operácie na súpravách. O (A):

* [**Union**](https://pt.wikipedia.org/wiki/Uni%C3%A3o_(matem%C3%A1tica)) množín*A* a*B* , označil*A* ∪*B* je množina všetkých objektov, ktoré sú členmi*A* alebo*B* , alebo oboje. Spojenie {1, 2, 3} a {2, 3, 4} je množina {1, 2, 3, 4}.
* [**Križovatka**](https://pt.wikipedia.org/wiki/Interse%C3%A7%C3%A3o) množín*A* a*B* , označil*A* ∩*B* je množina všetkých objektov, ktoré sú členmi oboch*A* a*B* . Priesečník {1, 2, 3} a {2, 3, 4} je množina {2, 3}.
* [**Rozdiel sady**](https://pt.wikipedia.org/wiki/Complementar) z*U* a*A* , označil*U* \je množina všetkých členov*U* nie sú členmi. Rozdiel množín {1,2,3} {2,3,4} je {1}, zatiaľ čo rozdiel {2,3,4} {1,2,3} je {4}. Keďje podmnožina*U* rozdiel nastaví*U* \sa tiež nazýva[**doplnok**](https://pt.wikipedia.org/wiki/Complemento) z*A* v*U* . V tomto prípade voľba*U* je z kontextu zrejmé, notácie*c* je niekedy používaný v mieste*U* \*A* , a to najmä v prípade,*U* je[univerzálna sada](https://pt.wikipedia.org/wiki/Conjunto_universo)ako štúdium[Venn diagramov](https://pt.wikipedia.org/wiki/Diagrama_de_Venn) .
* [**Symetrický rozdiel**](https://pt.wikipedia.org/wiki/Diferen%C3%A7a_sim%C3%A9trica) zostáv*A* a*B* je množina všetkých objektov, ktoré sú členmi presne jedného z*A* a*B* (prvky, ktoré sú v jednej z množín, ale nie v oboch). Napríklad pre sady {1,2,3} a {2,3,4} je symetrický rozdiel {1,4}. Je to súbor rozdielu spojenia a križovatky (*A* ∪*B* ) \ (*A* ∩*B* ).

[**Kartézske produkt**](https://pt.wikipedia.org/wiki/Produto_cartesiano)  V [matematiky](https://pt.wikipedia.org/wiki/Matem%C3%A1tica) , vzhľadom k tomu, dve [sady](https://pt.wikipedia.org/wiki/Conjunto)*X* a *Y* je **karteziánsky súčin** (alebo *priamy produkt* ) dvoch sád (písané ako *X* x*Y* ) je množina všetkých [usporiadaných dvojíc](https://pt.wikipedia.org/wiki/Par_ordenado) , ktorých prvý termín patrí k *X,* a druhý, v *Y* .

{\ displaystyle X \ krát Y = \ {(x, y) \ mid x \ v X \; \ wedge \ a \ v Y \}.

Karteziánsky produkt je pomenovaný podľa [René Descartes](https://pt.wikipedia.org/wiki/Ren%C3%A9_Descartes) , ktorého formulácia [analytickej geometrie](https://pt.wikipedia.org/wiki/Geometria_anal%C3%ADtica) priniesla tento koncept.

Napríklad, ak je množina X z tých troch prvkov [anglickej paluby](https://pt.wikipedia.org/wiki/Baralho)

X {\ Displaystyle X = \ {\ mathrm {A}, \ mathrm {K}, \ mathrm {Q}, \ mathrm {J}, 10,9,8,7,6,5,4,3,2 \} }

a Y je to zo štyroch oblekov:

*Y* = {♠, ♥, ♦, ♣}

potom karteziánsky produkt týchto dvoch setov bude súbor s 52 kartami v balíčku:

*X* x *Y* = {(A ♠), (K ♠), ..., (2 ♠), (A, ♥), ..., (3, ♣), (2 ♣)}.

* z*A* a*B* , označený*A* x*B* , je množina, ktorej členmi sú všetky možné[usporiadané dvojice](https://pt.wikipedia.org/wiki/Pares_ordenados) (,*b* ) v prípade,je členom*A* a*b* je členom*B* .
* [**Power sada**](https://pt.wikipedia.org/wiki/Conjunto_das_partes) nastavenej*A* je množina, ktorej členmi sú všetky možné podmnožiny*A* . Napríklad množina častí {1, 2} je {{}, {1}, {2}, {1,2}}.

Niektoré základné súbory s centrálnym významom sú [prázdna sada](https://pt.wikipedia.org/wiki/Conjunto_vazio) (iba sada, ktorá neobsahuje prvky), súbor [prirodzených čísel](https://pt.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmeros_naturais) a súbor [reálnych čísel](https://pt.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmeros_reais) .

Označenie **∀x** v teórii množín predstavuje "pre všetkých". Napríklad dve sady A a B sú rovnaké, ak **∀x** (x ∈ A ↔ x ∈ B) pre akékoľvek a každé x obsiahnuté v oboch súboroch (A = B).

Niektoré ontológie

Sada je [čistá,](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Conjunto_puro&action=edit&redlink=1) ak sú všetci jej členovia súbory, všetci členovia jej členov sú súbory a tak ďalej. Napríklad množina {{}} obsahujúca iba prázdnu sadu je čistá neprázdna sada. V modernej teórii súborov je bežné obmedziť pozornosť na [**von Neumannov vesmír**](https://pt.wikipedia.org/wiki/Universo_de_von_Neumann) čistých súprav a mnohé systémy axiomatickej teórie množín sú určené na axiomatizáciu iba čistých súborov. Existuje veľa technických výhod s týmto obmedzením a menšia všeobecnosť sa stráca, pretože v podstate všetky matematické pojmy môžu byť modelované čistými súbormi. Súpravy vo vesmíre von Neumann sú usporiadané do kumulatívnej hierarchie založenej na tom, ako hlboko sú včlenené ich členovia, členovia členov atď. Každá sada v tejto hierarchii je priradená ( [transfinitnou rekurziou](https://pt.wikipedia.org/wiki/Recurs%C3%A3o_transfinita" \o "Transfinitná rekurzia) ) [poradové číslo](https://pt.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_ordinal) a, známe ako jeho " **trieda"** .Trieda nastaviť čistý *X* je definované ako viac než [aspoň horná hranica](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Menor_limitante_superior&action=edit&redlink=1) všetkých členov triedy *X* . Napríklad, prázdna množina je priradená k triede 0, zatiaľ čo je množina {} {}, ktorý obsahuje iba prázdna množina je priradená k triede 1. Pre každý množina *V* je definovaná ako pozostávajúca zo všetkého čistého triedy, ktorá nastavuje nižšiu a. Vesmír von Neumann ako celok je označený *V.* .

Axiomatickú teórie množín

Teória elementárnych súborov môže byť študovaná neformálne a intuitívne, takže ju možno vyučovať v základných školách napríklad pomocou [Vennových diagramov](https://pt.wikipedia.org/wiki/Diagrama_de_Venn" \o "Venn Diagram) . Intuitívny prístup predpokladá, že súbor môže byť vytvorený z triedy všetkých objektov, ktoré spĺňajú určitú podmienku definície. Táto hypotéza dáva vznik paradoxom, z ktorých najjednoduchšie a najznámejšie sú [paradox](https://pt.wikipedia.org/wiki/Paradoxo_de_Burali-Forti)[Russella](https://pt.wikipedia.org/wiki/Paradoxo_de_Russell) a [paradox Burali-Forti](https://pt.wikipedia.org/wiki/Paradoxo_de_Burali-Forti) . Axiomatická teória súborov bola pôvodne navrhnutá tak, aby zbavila teóriu takýchto paradoxov. [[ 7 ]](https://pt.wikipedia.org/wiki/Teoria_dos_conjuntos#cite_note-7)

Najrozšírenejšie systémy teórie axiomatických množín naznačujú, že všetky súbory tvoria [kumulatívnu hierarchiu](https://pt.wikipedia.org/wiki/Universo_de_von_Neumann) . Takéto systémy prichádzajú do dvoch prívlastkov, tých, ktorých [ontológia](https://pt.wikipedia.org/wiki/Ontologia) pozostáva z:

* *Nastaví sa samostatne* . Patrí k nim najbežnejšia axiomatická [**teória súborov, Zermelo-Fraenkel**](https://pt.wikipedia.org/wiki/Axiomas_de_Zermelo-Fraenkel)**(ZFC) teória množín** , ktorá zahŕňa [axiómu výberu](https://pt.wikipedia.org/wiki/Axioma_da_escolha) . Fragmenty ZFC zahŕňajú:
  + [Teória súborov Zermelo](https://pt.wikipedia.org/wiki/Teoria_de_conjuntos_de_Zermelo) , ktorá nahrádza [schému axiómov substitúcie](https://pt.wikipedia.org/wiki/Axioma_da_substitui%C3%A7%C3%A3o) s [oddelením](https://pt.wikipedia.org/wiki/Axioma_da_separa%C3%A7%C3%A3o) ;
  + [Všeobecná teória súborov](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Teoria_geral_dos_conjuntos&action=edit&redlink=1) , malý fragment [teórie množín Zermelo](https://pt.wikipedia.org/wiki/Teoria_de_conjuntos_de_Zermelo) dostatočný pre [Peano axiómy](https://pt.wikipedia.org/wiki/Axiomas_de_Peano" \o "Axioms of Peano) a [konečné sady](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Conjuntos_finitos&action=edit&redlink=1) ;
  + [Teória súborov Kripke-Platek](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Teoria_dos_conjuntos_de_Kripke-Platek&action=edit&redlink=1) , ktorá vynecháva axiómy [nekonečna](https://pt.wikipedia.org/wiki/Axioma_do_infinito) , [množiny častí](https://pt.wikipedia.org/wiki/Conjunto_das_partes) a [výberu](https://pt.wikipedia.org/wiki/Axioma_da_escolha) a oslabuje schémy axiómov [separácie](https://pt.wikipedia.org/wiki/Axioma_da_separa%C3%A7%C3%A3o) a [substitúcie](https://pt.wikipedia.org/wiki/Axioma_da_substitui%C3%A7%C3%A3o) .
* *Sady a*[*vlastné triedy*](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Classes_pr%C3%B3prias&action=edit&redlink=1) . Medzi ne patrí [teórie množín Von Neumann-Bernays-Gödel](https://pt.wikipedia.org/wiki/Teoria_dos_conjuntos_de_Von_Neumann-Bernays-G%C3%B6del) , ktorý má rovnakú pevnosť ako [ZFC](https://pt.wikipedia.org/wiki/ZFC" \o "ZFC)pre vety o súboroch sám a [teóriu Morse-Kelley stanovuje](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Teoria_dos_conjuntos_de_Morse-Kelley&action=edit&redlink=1) , ktorá je silnejšia ako ZFC.

Vyššie uvedené systémy môžu byť upravené tak, aby umožňovali *[urelements](https://pt.wikipedia.org/wiki/Urelementos" \o "Urelementos)* , objekty, ktoré môžu byť členmi súborov, ale ktoré nie sú samy o sebe a nemajú žiadnych členov.

Systémy [**nové základy**](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Novos_Fundamentos&action=edit&redlink=1)**NFU** (umožňujúci urelementos) a **NF** (im chýba) nie sú založené na kumulatívnom hierarchiu. NF a NFU obsahujú "súbor všetkých", v súvislosti s ktorými má každá sada doplnok. V týchto systémoch sú dôležité veci, pretože NF, ale nie NFU, produkuje súbory, pre ktoré nenastane [axióm výberu](https://pt.wikipedia.org/wiki/Axioma_da_escolha) .

Systémy [teórie konštruktívnych množín](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Teoria_dos_conjuntos_construtiva&action=edit&redlink=1) , ako napríklad CST, CZF a IZF, upevňujú svoje sady axióm do [intuitívnej logiky](https://pt.wikipedia.org/wiki/L%C3%B3gica_intuicionista)namiesto [logiky](https://pt.wikipedia.org/wiki/L%C3%B3gica_intuicionista)[prvého rádu](https://pt.wikipedia.org/wiki/L%C3%B3gica_de_primeira_ordem) . Iné systémy však štandardne pripúšťajú logiku prvého poriadku, ale majú neštandardný členský vzťah. Patria sem [hrubá teória súborov](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Teoria_grosseira_dos_conjuntos&action=edit&redlink=1) a [teória difúznych množín,](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Teoria_dos_conjuntos_difusa&action=edit&redlink=1) v ktorej hodnota [atómového vzorca](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Formula_at%C3%B4mica&action=edit&redlink=1) obsahujúceho afilizačný vzťah nie je len **pravda** alebo **falošná** . Tieto [modely hodnôt boolovských](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Modelos_de_valores_Booleanos&action=edit&redlink=1) ZFC sú príbuzný predmet.

**Teória kombinatorických sád**

**Kombinatorická teória súborov sa** obáva o konečných [kombinačných](https://pt.wikipedia.org/wiki/Combinat%C3%B3ria) rozšírení pre nekonečné množiny. Patrí sem štúdia[kardinálnej aritmetiky](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Aritm%C3%A9tica_de_cardinais&action=edit&redlink=1) a štúdia rozšírenia [Ramseyovej vety](https://pt.wikipedia.org/wiki/Teorema_de_Ramsey" \o "Ramseyova veta) , ako [je veta](https://pt.wikipedia.org/wiki/Teorema_de_Ramsey)[Erdos-Rado](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Teorema_de_Erdos-Rado&action=edit&redlink=1) .

**Popisná teórie množín**

**Opisná teória súborov** je štúdium podskupín [reálnej linky](https://pt.wikipedia.org/wiki/Reta_real) a podskupín [poľských priestorov](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Espa%C3%A7o_Polon%C3%AAs&action=edit&redlink=1) . Začína sa štúdiom[pointclasses](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Pointclasses&action=edit&redlink=1)[Borel hierarchie](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Hierarquia_de_Borel&action=edit&redlink=1) a zasahuje k štúdiu zložitejších hierarchiou, ako [projektivní hierarchie](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Hierarquia_projetiva&action=edit&redlink=1" \o "Projektívna hierarchia (stránka neexistuje)) a [Wadge hierarchie](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Hierarquia_de_Wadge&action=edit&redlink=1" \o "Wadge hierarchia (Stránka neexistuje)) .Mnohé vlastnosti súborov Borel môžu byť vytvorené v ZFC, ale dôkaz, že tieto vlastnosti sú pravdivé pre zložitejšie sady, vyžaduje ďalšie axiómy súvisiace s determinizmom a kardinálnym veľkým.

Oblasť [teórie efektívnych popisných množín](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Teoria_descritiva_dos_conjuntos_efetiva&action=edit&redlink=1) leží medzi [teóriou množín a teóriou rekurzie](https://pt.wikipedia.org/wiki/Teoria_da_recurs%C3%A3o) . Zahŕňa štúdiu [bodových](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Lightface_pointclass&action=edit&redlink=1) bodov[svetla](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Lightface_pointclass&action=edit&redlink=1) a úzko súvisí s [hyperaritmetickou teóriou](https://pt.wikipedia.org/wiki/Teoria_hiperaritm%C3%A9tica" \o "Hyperaritmetická teória) . V mnohých prípadoch majú výsledky klasickej teórie descripčných súborov účinné verzie; v niektorých prípadoch sa získavajú nové výsledky tým, že sa preukáže prvá efektívna verzia a potom sa rozšíri ("relativizuje"), aby sa stala širšie uplatniteľnou.

Nedávna oblasť výskumu sa týka [Borelovho](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Rela%C3%A7%C3%B5es_de_equival%C3%AAncia_de_Borel&action=edit&redlink=1" \o "Vzťahy Borel Equivalence (stránka neexistuje))[rovnocenného vzťahu](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Rela%C3%A7%C3%B5es_de_equival%C3%AAncia&action=edit&redlink=1) a rozhodujúcich komplikovanejších [rovnocenných vzťahov](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Rela%C3%A7%C3%B5es_de_equival%C3%AAncia&action=edit&redlink=1) . To má dôležité aplikácie pre štúdium [invariantov](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Invariante_(mathem%C3%A1tica)&action=edit&redlink=1) v mnohých oblastiach matematiky.

**Teória fuzzy množín**

V teórii množín ako [Cantor](https://pt.wikipedia.org/wiki/Georg_Cantor" \o "Georg Cantor) definované a [Zermelo](https://pt.wikipedia.org/wiki/Ernst_Zermelo" \o "Ernst Zermelo) a [Fraenkel](https://pt.wikipedia.org/wiki/Fraenkel" \o "Fraenkel) axiomatizované, objekt je buď členom súboru, alebo nie. V[teórii fuzzy množín](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Teoria_dos_conjuntos_fuzzy&action=edit&redlink=1) bola táto podmienka sa uvoľnil, a tak má objekt *stupeň členstva* v sade, ako číslo medzi 0 a 1. Napríklad stupeň relevantnosti osoby na natáčanie "vysokej ľudí" je viac flexibilná ako jednoduchá odpoveď "áno" alebo "nie" a môže to byť skutočné číslo, napríklad 0,75.

Sady *nejasný* boli zavedené súčasne [[ 8 ]](https://pt.wikipedia.org/wiki/Teoria_dos_conjuntos#cite_note-Winter2007-8) podľa [Lotfi A. Zadeh](https://pt.wikipedia.org/wiki/Lotfi_Asker_Zadeh" \o "Lotfi Asker Zadeh)[[ 9 ]](https://pt.wikipedia.org/wiki/Teoria_dos_conjuntos#cite_note-9) a Dieter Klau [[ 10 ]](https://pt.wikipedia.org/wiki/Teoria_dos_conjuntos#cite_note-10) v roku 1965 ako rozšírenie doklasického poňatie [sady](https://pt.wikipedia.org/wiki/Conjunto) . V klasickej teórii množín sa združenie prvkov v súbore hodnotí v binárnych termínoch podľa[bivalentného stavu](https://pt.wikipedia.org/wiki/Princ%C3%ADpio_da_bival%C3%AAncia) - prvok buď patrí, alebo nepatrí do súpravy. Na na druhej strane, teória fuzzy množín umožňuje postupné posúdiť zapojenie prvkov v sade, ktorý je opísaný s pomôcť [funkcie členstvo](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Fun%C3%A7%C3%A3o_de_pertin%C3%AAncia&action=edit&redlink=1) v hodnote v reálnom jednotke intervale [0, 1]. Fuzzy množiny zovšeobecniť klasické súpravy, pretože [indikátor funkcie](https://pt.wikipedia.org/wiki/Fun%C3%A7%C3%A3o_indicadora) klasických sád sú špeciálne prípady funkcie členstvo fuzzy množín, pokiaľ môžu mať iba hodnoty 0 alebo 1. [[ 11 ]](https://pt.wikipedia.org/wiki/Teoria_dos_conjuntos#cite_note-11) V teórii fuzzy množín, klasické bivalentné sady sú zvyčajne nazývaných *ostré* súpravy . Teória fuzzy množín môže byť použitá v rôznych oblastiach, kde sú informácie neúplné alebo nepresné, ako v [bioinformatike](https://pt.wikipedia.org/wiki/Bioinform%C3%A1tica" \o "bioinformatika) . [[ 12 ]](https://pt.wikipedia.org/wiki/Teoria_dos_conjuntos#cite_note-12)

**Teória interného modelu**

**Vnútorný model** z nastavenej teórie premennej-Fraenkel (ZF) je [trieda](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Classe_pr%C3%B3pria&action=edit&redlink=1) prenositeľný, ktorý zahŕňa všetky ordinals a spĺňa všetky axiómy ZF. Kanonickým príkladom je [Constructible Universe](https://pt.wikipedia.org/wiki/Universo_constru%C3%ADvel" \o "Constructible Universe)**L** vyvinutý [Gödelom](https://pt.wikipedia.org/wiki/Kurt_G%C3%B6del" \o "Kurt Gödel) . Jedným z dôvodov, prečo je štúdium interných modelov zaujímavé, je, že môže byť použitý na dokázanie výsledkov konzistencie. Napríklad to môže byť preukázané, že bez ohľadu na tom, či model *V* ZF spĺňa [hypotéza kontinua](https://pt.wikipedia.org/wiki/Hip%C3%B3tese_do_continuum) a [axióma výberu](https://pt.wikipedia.org/wiki/Axioma_da_escolha) , interný model *G* vstavaný do pôvodnej templát uspokojí ako hypotézu generalizované kontinua ako axiómu výberu. Preto je predpoklad, že ZF je konzistentný (má akýkoľvek model), čo znamená, že ZF spolu s týmito dvoma princípmi je konzistentný.

Štúdium modelov interiéru je bežné v štúdiu [determinizmu](https://pt.wikipedia.org/wiki/Determinismo) a [kardinálov](https://pt.wikipedia.org/wiki/Grande_cardinal) , najmä pri zvažovaní axiómov, ktoré sú v rozpore s axiómou voľby. Aj keď pevný model teórie množín spĺňa axiódu výberu, je možné, že interný model nedokáže uspokojiť axióm výberu. Napríklad existencia dostatočne veľkých kardinálov znamená, že existuje vnútorný model, ktorý uspokojuje axióm determinizmu (a preto nedosahuje axióm výberu). [[ 13 ]](https://pt.wikipedia.org/wiki/Teoria_dos_conjuntos#cite_note-13)

**Veľké kardinálov**

**Veľké kardinálmi** je kardinálna transfinite číslo, ktorého charakter "too big" je daný zvláštnu vlastnosť nazvanú veľké kardinálov. Mnohé z týchto vlastností sú zvlášť skúmané, okrem iného aj [kardinál neprístupné](https://pt.wikipedia.org/wiki/Cardinal_inacess%C3%ADvel) , [kardinálne merateľné](https://pt.wikipedia.org/wiki/Cardinal_mensur%C3%A1vel) ,[kardinálne kompaktné](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Cardinal_compacto&action=edit&redlink=1) . Existencia kardinála s jednou z týchto vlastností nemožno preukázať v teórii súborov Zermelo-Fraenkel, [**ZF**](https://pt.wikipedia.org/wiki/ZFC) , ak je **ZF** konzistentná.

**Determinizmus**

**Determinizmus sa** odvoláva na skutočnosť, že podľa správnych predpokladov sú určití dvaja hráči od začiatku určení v tom zmysle, že hráč musí mať víťaznú stratégiu. Existencia týchto stratégií má dôležité dôsledky v popisnej teórii súborov, pretože predpoklad, že širšia trieda hier je určená, často znamená, že väčšia skupina súborov má topologickú vlastnosť.[Determinizmus axiómu](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Axioma_do_determinismo&action=edit&redlink=1) (AD) je dôležitým predmetom výskumu, hoci nezlučiteľné s axióma výberu, AD znamená, že všetky podmnožiny reálne osi sú dobre vychovaný (najmä merateľné a s dokonalým súborom majetku). AD sa môže použiť na dokázanie toho, že [tituly Wadge](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Graus_de_Wadge&action=edit&redlink=1) majú zarovnanú štruktúru.

**Nútiť**

[Paul Cohen](https://pt.wikipedia.org/wiki/Paul_Cohen) vymyslel spôsob [núti](https://pt.wikipedia.org/wiki/For%C3%A7amento) pri pohľade na [modeli](https://pt.wikipedia.org/wiki/Teoria_dos_modelos) z [ZFC](https://pt.wikipedia.org/wiki/ZFC) , v ktorom [axióma výberu](https://pt.wikipedia.org/wiki/Axioma_da_escolha) a [hypotéza kontinua](https://pt.wikipedia.org/wiki/Hip%C3%B3tese_do_continuum) zlyhá.Vynútenie pridania ďalších množín k určitému modelu teórie množín s cieľom vytvoriť väčší model s danými vlastnosťami (tj "núteným") pôvodným modelom a konštrukciou. Napríklad konštrukcia Cohen pripojila ďalšie podskupiny [prirodzených čísel](https://pt.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmeros_naturais)bez toho, aby zmenila akékoľvek [kardinálne čísla](https://pt.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmeros_cardinais) pôvodného modelu. Vynútenie je tiež jednou z dvoch metód na dokázanie[relatívnej konzistencie](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Consist%C3%AAncia_relativa&action=edit&redlink=1) pomocou konečných metód, pričom druhá je [Booleovská hodnota](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Modelos_de_valores_Booleanos&action=edit&redlink=1) .

**Kardinálna invariantov**

**Kardinál invariant** je vlastnosť skutočnej priamej, meranej podľa kardinálneho čísla. Napríklad dobre skúmaný invariant je najnižšia kardinálnosť kolekcie [tenkých súprav](https://pt.wikipedia.org/wiki/Conjunto_magro) reálnych, ktorých spojenie je celá skutočná línia. Tieto sú invariantné v tom zmysle, že akékoľvek dva modely teórie izomorfných množín musia dať rovnaký kardinál pre každý invariant. Mnoho kardinálnych invariantov bolo študovaných a vzťahy medzi nimi sú často zložité a súvisiace s axiómami teórie množín.

**Topológia**

**Topológia** skúma [všeobecné](https://pt.wikipedia.org/wiki/Topologia_geral) problémy [topológie,](https://pt.wikipedia.org/wiki/Topologia_geral" \o "Topologia geral) ktoré sú teória množín vo svojej podstate alebo vyžadujú pokročilé metódy teórie množín pre ich riešenie. Mnohé z týchto teoremov sú nezávislé od ZFC, vyžadujúce silnejšie axiómy pre ich dôkaz. Jedným z najznámejších problémov je [problém Moorovho priestoru](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Problema_do_espa%C3%A7o_de_Moore&action=edit&redlink=1) , otázka vo všeobecnosti topológie, ktorá bola predmetom intenzívneho výskumu. Odpoveď na tento problém sa ukázala ako nezávislá od ZFC.

Námietky k teórii množín ako na základ pre matematiku

Od začiatku teórie množín niektorí matematici oponovali to ako [základ pre matematiku](https://pt.wikipedia.org/wiki/Fundamentos_da_matem%C3%A1tica) , tvrdiac napríklad, že je to len hra, ktorá obsahuje prvky fantázie. Najčastejšia námietka voči teórii množín, manifestu [Kronecker](https://pt.wikipedia.org/wiki/Kronecker" \o "Kronecker) v prvých rokoch teórie množín, začala od [konštruktivistického](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Mathematical_constructivism&action=edit&redlink=1) názoru, že matematika je voľne prepojená s výpočtom. Ak je tento pohľad prijatý, potom spracovanie nekonečných množín, tak v [naivnej teórii súborov, ako](https://pt.wikipedia.org/wiki/Teoria_ing%C3%AAnua_dos_conjuntos) aj v axiomatickej teórii súborov, zavádza metódy a objekty v matematike, ktoré nie sú vypočítateľné. [Ludwig Wittgenstein](https://pt.wikipedia.org/wiki/Ludwig_Wittgenstein" \o "Ludwig Wittgenstein) spochybnil, ako [teória súborov Zermelo-Fraenkel](https://pt.wikipedia.org/wiki/Axiomas_de_Zermelo-Fraenkel)manipulovala nekonečne. Názory Wittgensteina na základy matematiky boli neskôr kritizované [Georgom Kreiselom](https://pt.wikipedia.org/wiki/Georg_Kreisel" \o "Georg Kreisel) a [Paulom Bernaysom](https://pt.wikipedia.org/wiki/Paul_Bernays" \o "Paul Bernays) a dôkladne vyšetrené [Crispinom Wrightom](https://pt.wikipedia.org/w/index.php?title=Crispin_Wright&action=edit&redlink=1" \o "Crispin Wright (stránka neexistuje)) .



